education of Ukraine. Second (master's) level, field of knowledge – 01 Education / Pedagogy, specialty – 011 Educational, pedagogical sciences. No. 520. [in Ukrainian].

6. Allen, P.J. & Baughman, F.D. (2016). Active learning in research methods classes is associated with higher knowledge and confidence, though not evaluations or satisfaction. *Frontiers in Psychology*, No. 7. [in English].

7. Campisi, J. & Finn, K.E. (2011). Does active learning improve students' knowledge of and attitudes toward research methods? *Journal of College Science Teaching*, No. 49 (4), pp. 38–45. [in English].

8. Earley, M.A. (2014). A synthesis of the literature on research methods education. *Teaching in Higher Education*, Vol. 19 (3), pp. 242–253. [in English].

9. LaCosse, J., Ainsworth, S.E., Shepherd, M.A., Ent, M., Klein, K.M., Holland-Carter, L.A., Moss, J.H., Licht, M. & Licht, B. (2017). An active-learning approach to fostering understanding of research methods in large classes. *Teaching of Psychology*, Vol. 44 (2), pp. 117–123. [in English].

10. Nind, M. & Katramadou, A. (2022). Lessons for teaching social science research methods in higher education: Synthesis of the literature 2014–2020. *British Journal of Educational Studies*, pp. 1–26. [in English].

11. Onwuegbuzie, A.J. (2001). Relationship between peer orientation and achievement in cooperative learning-based research methodology courses. *The Journal of Educational Research*, Vol. 94 (3), pp. 164–170. [in English].

12. Ramdani, Y., Kurniati Syam, N., Karyana, Y. & Herawati, D. (2022). Problem-based learning in research method courses: development, application and evaluation. *F1000Re search*, No. 11, 378 p. [in English].

Стаття надійшла до редакції 10.04.2023

УДК 372.851.2; 519.83; 625.7
DOI: https://doi.org/10.24919/2308-4634.2023.279648

Оксана Одінцова, *кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, фізики та методик їх навчання Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка*
Антоніна Кудлай, *учитель-методист Лебединського ЗЗСО І–ІІІ ступенів № 6 Лебединської міської ради Сумської області*

ДО ПИТАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ СУЧАСНОЇ МАТЕМАТИКИ В ПОЗАКЛАСНІЙ РОБОТІ З МАТЕМАТИКИ НА ПРИКЛАДІ ПАРАДОКСІВ РУХУ НА ДОРОГАХ

У статті розглянуто питання застосування сучасної математики в позакласній роботі з математики на прикладі парадоксів руху на дорогах. Запропоновано змістове наповнення шкільного математичного гуртка, у якому проаналізовано сучасні дослідження стосовно руху на дорогах та історичні факти їх появи, а також врахування їх впливу. Наведено методичні коментарі використання пропонованого матеріалу, альтернативні шляхи його використання, зокрема при проведенні тижнів математики, написанні учнівських дослідницьких робіт у МАН.

Ключові слова: *гурткова робота з математики; пропускна здатність дороги; раціональність водіїв; парадокс Брайеса; парадокс Доунса-Томсона; парадокс Пігу-Найта-Доунса; постулат Льюїса-Могріджа.*
Рис. 3. Таб. 2. Літ. 16.

Oksana Odintsova, *Ph.D. (Physical and Mathematical Sciences), Associate Professor of the Mathematics, Physics and Teaching Methods Department, Sumy Anton Makarenko State Pedagogical University*
Antonina Kudlay, *Teacher-Methodist of Lebedynskiy GSEI grades I–III, No. 6 Lebedyn City Council of Sumy Region*

ON THE QUESTION OF MODERN MATHEMATICS' APPLICATION IN MATHEMATICAL EXTRACURRICULA WORK BY USING TRAFFIC'S PARADOXES

There is considered one of the ways to modernize the mathematical extracurricular work by using network's and transport modeling's elements in this article. The reasons of this modernization are invariability the content of extracurricular work in mathematics during long time. As usually extracurricular work in mathematics has either an entertaining nature (rebuses, riddles, sophisms, crosswords, interesting historical problems, etc.) or parallel deepening of issues studied in a regular mathematics course or preparation for various mathematical competitions. Currently, school mathematics education, in accordance with legislative documents, should form the ability to mathematically describe real processes using modern mathematical theories. Of course, the ideas of modern mathematics have a difficult terminology, a difficult mathematical apparatus; therefore they should be conveyed in a simplified form, but without violating science, considering the age characteristics and the level of students' mathematical training. In accordance with this, there are offers the school mathematics club's content, which examines modern research on traffic (road capacity, parameters affecting it, in particular traffic speed; paradoxes that arise on roads in cities: the Braes paradox, the paradox Downes-Thomson, the Pigou-Knight-Dawns paradox, the Lewis-Mogridge postulate) and the historical facts of their appearance, as well as taking into account their influence. It has been proven that it is advisable to consider the proposed mathematical ideas with students, as this leads to a better understanding of speed limits on roads, the causes of traffic jams and the principles of urban planning in their adult life. The article *also provides methodical comments on the use of the proposed material, as well as alternative ways of using it, in particular, when conducting mathematics weeks, writing student research papers at Junior Academy of Science of Ukraine.*

Keywords: *mathematical club's work; road capacity; rationality of drivers; the Braes paradox; the paradox Downes-Thomson; the Pigou-Knight-Dawns paradox; the Lewis-Mogridge postulate.*

Постановка проблеми. У сучасному світі математика застосовується у різних галузях людської діяльності, іноді доволі неочікуваних, таких як: аналіз лінгвістичних текстів, розподіл вступників до ЗВО, трансплантація органів, рух на дорогах, принципи містобудування. У більшості випадків це пов'язано із розвитком таких розділів прикладної математики, як теорія ігор, мережеве програмування, транспортне моделювання тощо.

Дослідження руху на дорогах призвели до змін у принципах сучасного містобудування, що насамперед мають зменшити кількість заторів у мегаполісах. Виявилось, що раціональність мислення як водіїв, так і електронних підкажчиків (систем навігації) стають причиною певних парадоксів. Але побіжною метою таких досліджень стала науково обґрунтована швидкість руху в межах населених пунктів. В Україні такі обмеження були введені в 2017 р., але досі викликають жваву дискусію у водіїв, оскільки головний аргумент при цьому – ступінь травмування під час аварій. Проте все не так однозначно. На нашу думку, аби зняти ці питання, варто починати говорити про математичний опис руху на дорогах ще зі школярами під час позакласної роботи. Найкращою формою роботи може бути саме гурткова, бо вона охоплює ширше коло учнівської молоді, ніж факультативи, які спрямовані на роботу з учнями, що мають стійкий інтерес до математики. Також означений матеріал можна запропонувати розглянути під час тижнів математики, або під час наукових досліджень у МАН України.

Важливим означений аспект є із точки зору спрямованості сучасної математичної освіти, яка, відповідно до Закону України "Про освіту", Державного стандарту базової середньої освіти, концепції Нової української школи змісту, програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики [9; 8; 10; 15], покликана формувати здатність математично описувати реальні процеси із використанням сучасних математичних теорій.

Мета статті: демонстрація одного зі шляхів модернізації змісту позакласної роботи з математики, зокрема застосування елементів транспортного моделювання (парадоксів руху на дорогах) у гуртковій роботі.

Виклад основного матеріалу. Змістове наповнення позакласної роботи з математики давно устатковане і зазвичай має або розважальний характер (ребуси, загадки, софізми, кросворди, цікаві історичні задачі тощо), або паралельне поглиблення питань, що вивчаються у регулярному курсі (ті ж таки цікаві історичні задачі, задачі підвищеного рівня складності), або підготовка до різноманітних математичних змагань. Цю ситуацію потрібно змінювати за рахунок застосування деяких фактів сучасної прикладної математики. Звісно, ідеї сучасної математики мають складну термінологію, складний математичний апарат, тому доносити їх треба у спрощеному вигляді, але без порушення науковості, враховуючи вікові особливості та рівень математичної підготовки учнів.

Головна мета сучасної освіти – виховання свідомого члена сучасного суспільства та "…формування ставлення до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу" [13; 14]. Саме елементи сучасної прикладної математики дають змогу якомога краще реалізувати другу тезу, а деякі з них безпосередньо впливають на першу. Мова йде про математичне моделювання руху на дорогах і про пов'язані з цим парадокси, що були сформульовані у другій половині XX ст., але лишень на початку XXI ст. почали активно використовуватись в економічно розвинутих країнах, оскільки саме в них гостро стоїть проблема заторів, побудови багаторівневих доріг, нових розв'язок на наявних дорогах та нових швидкісних доріг. Парадокси руху на дорогах умовно можна поділити на два типи: одні пов'язані зі швидкістю руху транспортних засобів (ТЗ) та їх фізичними розмірами, інші – з геометрією самих доріг. При описі руху на дорозі головною числовою характеристикою є пропускна здатність, тобто кількість машин, що проходить в одиницю часу через її поперечний переріз. Виявилось, що для конкретної дороги це число є сталим і дорівнює пропускній здатності найвужчої її ділянки, а максимальне значення, що прийняте на сьогодні в більшості країн світу, дорівнює 1500 од/год на 1 полосу, хоча деякі дослідники демонструють дещо більше значення – 1882,3 од/год [11]. На це значення не впливають ні якість асфальту, ні відбійники, ні розмітка. Отже, якщо широке шосе з чотирьох полос у деякому місці звужується до двох, то пропускна здатність всієї дороги дорівнює пропускній здатності саме вужчої ділянки.

Інший парадокс, що пов'язує швидкість руху та пропускну здатність дороги можна описати так. Нехай N (од/год) – інтенсивність руху автомобілів (пропускна здатність), v (км/год) – швидкість руху та q (од/км) – густина потоку авто, тоді вони пов'язані співвідношенням $N = qv$.

Ця залежність та реальні закони руху показують, що зміна одного із параметрів тягне за собою зміну іншого: так, при швидкості руху 200 км/год густина потоку стане дуже малою, бо водії змушені витримувати більшу дистанцію, і, відповідно, пропускна здатність – зменшиться, та буде меншою, ніж при швидкості 60 км/год. Отриманий висновок суперечить здоровому глузду.

Виявляється, що аналогічний ефект дає і зниження швидкості руху автомобіля: густина потоку різко зменшується, коли $v \leq 20$ км/ год.

Нелінійність залежності пропускної здатності дороги та швидкості руху транспорту призводить до можливості визначення швидкості, при якій спостерігається максимум пропускної здатності: "… для сухого покриття – 55 км/год; для мокрого шорсткого покриття – 50 км/год; для змішаного накатаного – 35–40 км/год…" [16]. Ці розрахунки на рівні зі ступенем травматизації при ДТП і лежать в основі обмеження швидкості руху в містах, що не так давно введені в Україні.

Ще один парадокс руху на дорогах, пов'язаний із швидкістю руху, має назву Доунса-Томпсона, який було сформульовано у 1960-х рр.: *середня швидкість руху власного транспорту залежить від швидкості, з якою дістаються до місця призначення користувачі громадського*. Тобто: що гірше розвинутий громадський транспорт, то більше людей обирають власний, зменшуючи "провізну" здатність дороги по кількості людей (а не авто). При цьому погіршується і дорожня ситуація: повіривши у поліпшення пропускної здатності дороги в години пік, на неї починають виїжджати водії, які раніше намагалися користуватися нею у поза піковими годинами. Обидва ці фактори порушують транспортну рівновагу, призводять до вибухового зростання потоку автотранспорту на розширеній дорозі, виникненню ще більших заторів та погіршення обслуговування на громадському транспорті, що рухається виділеною смугою [2]. Прикладом прояву парадоксу Доунсона-Томпсона може бути Амстердам, який у 1970-х рр. майже весь простоював у заторах. Питання було розв'язане за допомогою розвитку громадського транспорту, велосипедів і велодоріжок [12]. Висновок: для зменшення числа заторів та їх розмірів потрібно змінювати уявлення про міську логістику з пріоритетом загального над приватним і найбільш зацікавленими в цьому повинні бути автомобілісти.

Наслідком парадокса Доунса-Томпсона є парадокс Пігу-Найтлі-Доунса: *додавання альтернативних доріг, коли люди обирають маршрут раціонально, призводить до стійкої рівноваги: всі їдуть на власному транспорті, а громадський транспорт залишається порожнім* [2]. Але час проїзду буде залишатися однаковим як на громадському, так і на власному транспорті. Тобто збільшення пропускної здатності доріг (додавання полос руху, альтернативних доріг) погіршує ситуацію на дорогах з точки зору їх "перевізності".

Схожий ефект сформульовано німецьким вченим Д. Браєсом у 1968 р., що наразі є базовим парадоксом мережевого програмування і названий ім'ям згаданого вченого: *будівництво нової дороги, що пов'язує існуючі дороги, може погіршити ситуацію у всій транспортній мережі* [2; 1; 7]. Тобто збільшення пропускної потужності мережі за умови, що суб'єкти руху самі обирають собі маршрут, може знизити загальну продуктивність.

Приклад 1. Традиційно [7] парадокс Браєса пропонується розглянути так: на схемах (рис. 1, 2) широкі дороги, помічені як А і В, вони ніколи не можуть виявитися переповненими, час руху якими складає 25 хвилин. Наявність парадоксу залежить від існування дороги Х.

Для того, щоб дістатися від точки "Початок руху" до точки "Кінець руху" є два шляхи А і *a*. Час руху від "Початку руху" по дорозі *a* залежить від щільності потоку і рівний кількості автомобілів (Т) поділеному на 100. Шлях від "Початку руху" по дорозі *А* не залежить від кількості автомобілів і становить 25 хвилин. Аналогічна ситуація з дорогами *b* та В: час руху по дорозі *b* до "Кінця руху" становить Т/100, час руху дорогою В – складає 25 хвилин. Дорога Х – дуже коротка додаткова дорога, проїзд якою займає приблизно 0 хвилин, тобто переміщення по ній миттєве.

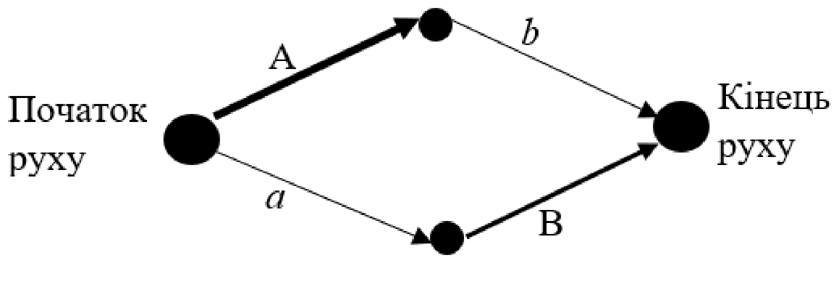

Рис. 1. Схема парадоксу Браєса без додаткової дороги

За відсутності дороги *X* на маршрут *a*В займатиме $\frac{N_1}{100} + 25$ хвилин, відповідно шлях Аb – $\frac{N_2}{100} + 25$

хвилин, де N_1 і N_2 – кількість авто на відповідних ділянках a та b. Якби один з цих шляхів був коротшим, то рівновага була б відсутня, оскільки кожен раціональний водій переключився б на більш короткий маршрут.

Припустивши, що з точки "Початок руху" виїхало 2000 автомобілів, тоді, оскільки $N_1 + N_2 = 2000$, можна зрозуміти, що система прийде до рівноваги, коли $N_1 = N_2 = 1000$. Відповідно, незалежно від обраного шляху руху, автомобіль буде в дорозі $\frac{1000}{100} + 25 = 35$ хвилин.

Додавання дороги X, призводить до того, що всі водії будуть обирати маршрут a порівняно з маршрутом A, оскільки цей маршрут вимагає у найгіршому випадку $\frac{T}{100} = \frac{2000}{100} = 20$ хвилин, натомість маршрут A гарантовано займає 25 хвилин. Потім кожен раціональний водій, міркуючи аналогічно, віддасть перевагу коротким шляхом b до пункту "Кінець руху".

Отже, маршрут aXb для кожного водія становитиме $\frac{2000}{100} + \frac{2000}{100} = 40$ хвилин.

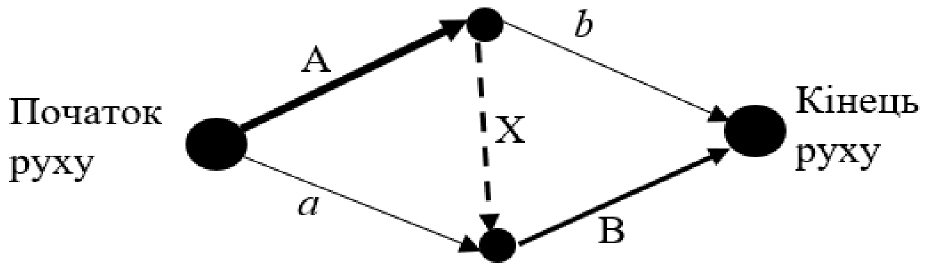

Рис. 2. Схема парадоксу Браєса з додатковою дорогою

Тобто після будівництва додаткової дороги час руху збільшився на 5 хвилин.

Якби водії домовилися між собою не використовувати дорогу X, то вони зекономили б цей час, але оскільки кожен окремий водій прагне виграти час, користуючись дорогою X, то такий розподіл не є соціально оптимальним, у чому, власне, і полягає розглядуваний парадокс. Крім того, збільшення автомобілів, наприклад на 25 %, призведе до того, час руху начебто на "короткій" з точки зору раціонального водія дорозі aXb зросте майже на 50 %.

Приклад 2. Розглянемо математичну модель парадоксу Браєса як рух окремих автомобілів через дорожню сітку, а не просто через середню швидкість та час у дорозі, що була продемонстрована у роботі [6], в якій показано більш реалістичне розміщення доріг. Топологія схеми та сама, що і в прикладі 1, але відрізняється геометрія самих доріг. Як і раніше, треба дістатися від пункту "Початок руху" до пункту "Кінець руху", відрізки дороги A і B, як і раніше, широкі і не схильні до заторів. Дороги a і b пряміші та коротші, але натомість вужчі. При нульовому трафіку швидкість машини на a і b така ж, як і на A і B, але зі збільшенням навантаження швидкість падає.

Аналогом дороги X є короткий міст у центрі карти, що має ті самі властивості, що і у прикладі 1. Для мосту є два стани: "заблоковано" – ситуація відсутності шляху X, та "відкрито" – відповідно наявності ділянки X. На рис. 3 міст відкритий і по ньому відбувається рух автомобілів. При цьому водії можуть обрати коротку дорогу ab або довшу AB. Потім машини рухаються обраними маршрутами, підкорюючись обмеженням швидкості на кожному відрізку.

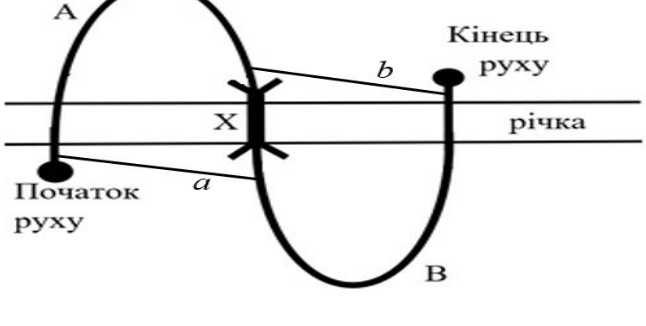

Рис. 3. Схема до парадоксу Браєса з прикладу 2

Математичні розрахунки в межах розглянутої моделі, що представлені в роботі [6], містяться у таблицях. Як видно, відкриття моста уповільнило рух на всіх чотирьох маршрутах.

Таблиця 1

Ситуація “Міст закрито”

Маршрут	Кількість машин	Середній час у дорозі
А*b*	520	1,802 год.
*a*В	480	1,639 год.
АВ	0	0 год.
ab	0	0 год.
Загалом	1000	**1,721 год.**

Таблиця 2

Ситуація “Міст відкрито”

Маршрут	Кількість машин	Середній час у дорозі
А*b*	320	1,972 год.
*a*В	304	1,918 год.
АВ	124	2,116 год.
ab	252	2,024 год.
Загалом	1000	**2,007 год.**

Незважаючи на те, що маршрутами А*b* і *a*В трафік був на 3 % меншим, ніж у попередній ситуації, машинам на цих маршрутах потрібно на 9–1 % більше часу для завершення поїздки. Маршрути *ab* і АВ виявились ще повільнішими.

Найяскравішими прикладами проявів парадоксу Браєса в реальному житті є: поліпшення ситуації на дорогах у Штутгарті після закриття для руху однієї з секцій нової дороги (1968) [4]; закриття 42-ї вулиці на Мангеттені (Нью-Йорк) (1990), що скоротило кількість заторів у цьому районі [3].

Оскільки парадокс Браєса є базовим для мережевого програмування, то його прояви спостерігаються не тільки при русі автомобільного транспорту. Так, наприклад, у системах децентралізованої енергогенерації (на прикладі вітропарків об’єднаних в одну мережу) або в мережах напівпровідників, де транспортними артеріями були вузькі (150–500 нанометрів) струмопровідні канали (спочатку розрахунки, а потім експерименти довели, що додавання ще одного каналу до вже наявних не сприяє підвищенню ефективності мережі).

Останній факт, що стосується руху на дорогах і має практичне підтвердження, – це постулат Льюїса-Могріджа (1990): *що більше доріг будується, то більше з’являється машин*, і це, зі свого боку, провокує з часом появу заторів. Часом нові дороги знижують проблему заторів, але виявляється самі затори переміщуються в інше місце в транспортній мережі [2; 5].

Яскравим прикладом прояву постулату Льюїса-Могріджа є розширення автостради Кеті в місті Х’юстоні, штат Техас (США). За даними Міністерства транспорту США, на початку 2000-х рр. трафік тут втричі перевищував норму, закладену при будівництві, та шосе буле завантажене по 11 год на день. Було прийнято рішення витратити 2,8 млрд. доларів і розширити 19-кілометрову ділянку шосе до неймовірних 23 смуг, що й було зроблено у 2008 р. Після відкриття оновленої дороги час поїздки у годину пік відчутно зменшився. Але вже у 2011 р. час поїздки знов почав зростати, а у 2014 р. поїздка почала займати на 51 % більше часу, ніж у 2011 р. та до реконструкції загалом.

Частинним випадком постулату Льюїса-Могріджа є парадокс Доунса-Томсона, який було розглянуто вище. Запропонований матеріал кожен вчитель може використовувати на свій розсуд, групуючи декілька занять за схожими темами або, навпаки, вставляючи факти і задачі, з ними пов’язані, до занять гуртка, проводячи паралелі з темами, що вивчаються у класі, або розширюючи перелік використовуваних компетентнісних завдань на уроках. Наприклад, формулу інтенсивності руху цілком можна розглядати у 7-му класі (пряма пропорційність), а формулу, що описує пропускну здатність дороги з [11] розібрати з учнями 10–11-х, які вивчають математику на поглибленому рівні, а для особливо зацікавлених – дослідити її на екстремум.

З розрахунками до парадоксу Браєса, наведеними у прикладі 1, можна поекспериментувати у такий спосіб: спочатку вчитель пропонує з’ясувати чи буде виконуватися цей парадокс при зменшенні кількості машин до 1000, збільшенні до 3000, або збільшенні часу проїзду ділянками до 35 хвилин, або наскільки треба збільшити кількість машин, щоб час проїзду збільшився на 45 %, а потім пропонує учням самостійно підібрати такі параметри, що б парадокс не мав місця (спостерігалася рівновага), або ж виконувався. Також учнів можна долучити до збору інформації про підтвердження розглянутих парадоксів. Якщо ж врахувати той факт, що більшість першоджерел є англомовними, то цю роботу можна доручити учням, що цікавляться англійською мовою. Це дасть гарні результати під час проведення тижнів математики, тижнів англійської мови та ін.

Висновки. У 2022 р. під нашим керівництвом була написана і захищена наукова робота в межах Малої академії наук України про парадокс Браєса та проведено аналіз руху на деяких ділянках доріг Сум, що були розширені, з точки зору відкладеного попиту. Розглянутий у статті матеріал стосовно парадоксів руху на дорогах буде корисним кожному викладачеві математики, учням та студентам, оскільки він демонструє застосування математики до реальних процесів, поглиблюючи розуміння механіки руху на дорогах, причини обмежень швидкості на дорогах, появ заторів та принципів містобудування, а отримувані при цьому знання є сучасними й актуальними.

ЛІТЕРАТУРА

1. Braess D. (1969). Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung. *Unternehmensforschung*. 1969. 12. S. 258–268.

2. Chengry D. & Shunfeng S. Paradoxes of Traffic Flow and Congestion Pricing. 2008. URL: https://web.archive.org/web/20091229202034/http://www.cec.zju.edu.cn/web/UserFiles/File/6.12.doc

3. Gina K. What if They Closed 42d Street and Nobody Noticed? *The New York Times*. 25 December 1990. p. 38.

4. Knödel W. Graphentheoretische Methoden und ihre Anwendungen. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1969.

5. Mogridge M.J. Travel in town: jam yesterday, jam today, jam tomorrow? London: Macmillan Press, 1990.

6. Penchina C.M. Braess paradox: Maximum penalty in a minimal critical network. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*. 1997. 31 (5). pp. 379–388.

7. Rapoport A., Kugler T., Dugar S. & Gisches E. Choice of routes in congested traffic networks: Experimental tests of the Braess Paradox. *Games and Economic Behavior*. 2009. No. 65. pp. 538–571.

8. Державний стандарт України базової середньої освіти. 2020. URL: https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898.

9. Закон України "Про освіту". 2017. URL: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text.

10. Концепція "Нова Українська школа". 2016. URL: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf.

11. Наглюк І.М., Макаричев О.В., Горбачов П.Ф., Горбачова О.О. Визначення пропускної здатності смуги руху на автомобільних дорогах і міських вулицях. *Автомобільний транспорт*. 2018. С. 89–94.

12. Омелян В. (8 травня 2020 р.). Затори, хрущовки і заводи. Як зробити наші міста зручнішими. URL: https://nv.ua/ukr/opinion/zatori-v-kiyevi-yak-pokrashchiti-nashi-mista-novini-ukrajini-50086838.html

13. Програма з математики 10–11 класи: Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. 2011. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv.

14. Програма з математики 6–9 класи: Програма для загальноосвітніх навчальних закладів. 2011. URL: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas.

15. Програма ЗНО з математики. 2021. URL: https://testportal.gov.ua/progmath/.

16. Савенко В.Я., Губа В.В. Визначення пропускної здатності автомобільної дороги. 2017. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/90/210-217.pdf.

REFERENCES

1. Braess, D. (1969). Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung [On the paradox of transport plannining]. *Unternehmensforschung*, 12, pp. 258–268. [in German].

2. Chengry, D. & Shunfeng, S. (2008). Paradoxes of Traffic Flow and Congestion Pricing. Available at: https://web.archive.org/web/20091229202034/http://www.cec.zju.edu.cn/web/UserFiles/File/6.12.doc. [in English].

3. Gina, K. (25 December 1990). What if They Closed 42d Street and Nobody Noticed? *The New York Times*, p. 38. [in English].

4. Knödel, W. (1969). Graphentheoretische Methoden und ihre Anwendungen [Theoretical methods of traffic and their application]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. [in German].

5. Mogridge, M.J. (1990). Travel in town: jam yesterday, jam today, jam tomorrow? London: Macmillan Press. [in English].

6. Penchina, C.M. (1997). Braess paradox: Maximum penalty in a minimal critical network. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 31 (5), pp. 379–388. [in English].

7. Rapoport, A., Kugler, T., Dugar, S. & Gisches, E. (2009). Choice of routes in congested traffic networks: Experimental tests of the Braess Paradox. *Games and Economic Behavior*, 65, pp. 538–571. [in English].

8. Derzhavnyi standart Ukrainy bazovoyi seredn'oyi osvity [State standard of basic secondary education of Ukraine]. (2020). Available at: https://www.kmu.gov.ua/npas/pro-deyaki-pitannya-derzhavnih-standartiv-povnoyi-zagalnoyi-serednoyi-osviti-i300920-898. [in Ukrainian].

9. Zakon Ukrainy "Pro osvity" [The Law of Ukraine "On Education"]. (2017). Available at: https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text. [in Ukrainian].

10. Kontseptsia "Nova ukrayinska shkola" [The concept "New Ukrainian school"]. (2016). Available at: https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf. [in Ukrainian].

11. Nagliuk, I.M., Makarychev, O.V., Gorbachov, P.F. & Gorbachova, O.O. (2018). Vyznachennia propusknoyi zdatnosti smuhy ruhu na avtomobalnyh dorohah i miskyh vulytsiah [Determination of traffic lane capacity on highways and city streets]. *Automobile transport*. pp. 89–94. [in Ukrainian].

12. Omelyan, V. (8 May 2020). Zatory, khruzhovky i zavody. Yak zrobyty nashi mista zruchnishymy [Traffic jams, "khryshchovky" and factories. How to make our cities more convenient]. Available at: https://nv.ua/ukr/opinion/zatori-v-kiyevi-yak-pokrashchiti-nashi-mista-novini-ukrajini-50086838.html. [in Ukrainian].

13. Programa z matematyky 10–11 klasy: Programa dlia zagalnoosvitnyh navchal'nyh zakladiv [Mathematics program 10–11 grades: Program for general educational institutions]. (2011). Available at: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv. [in Ukrainian].

14. Programa z matematyky 6–9 klasy: Programa dlia zagalnoosvitnyh navchalnyh zakladiv [Mathematics program 6–9 grades: Program for general educational institutions].

(2011). Available at: https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas. [in Ukrainian].

15. Programa ZNO z matematyky [EIT program in mathematics]. (2021). Available at: https://testportal.gov.ua/progmath/. [in Ukrainian].

16. Savenko, V.Ya. & Huba, V.V. (2017). Vyznachennia propusknoyi zdatnosti avtomobilnoyi dorohy [Determination of road capacity]. Available at: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/90/210-217.pdf. [in Ukrainian].

Стаття надійшла до редакції 30.03.2023

УДК 378.046-021.64:37.091.214.31-022.215(430)
DOI: https://doi.org/10.24919/2308-4634.2023.279657

Надія Опушко, *кандидат педагогічних наук, доцент,*
докторант кафедри педагогіки, професійної освіти та управління освітніми закладами
Вінницького державного педагогічного університету імені Михайла Коцюбинського

ЗМІСТ І СТРУКТУРА БАКАЛАВРСЬКИХ ПРОГРАМ ЗА ДУАЛЬНОЮ ФОРМОЮ НАВЧАННЯ В УНІВЕРСИТЕТАХ НІМЕЧЧИНИ

У статті проаналізовано зміст і структуру бакалаврських програм за дуальною формою навчання в університетах Німеччини (Кооперативний державний університет Баден-Вюртемберга та Університет Дуйсбург-Ессен). Здійснено аналіз вітчизняних і зарубіжних наукових досліджень з питань модернізації вищої освіти. Шляхом системного вивчення освітніх документів зазначених закладів вищої освіти визначено моделі дуального навчання в німецьких університетах, охарактеризовано структуру та зміст освітньої бакалаврської програми, розкрито зміст предметних модулів дисциплін за спеціальністю "Менеджмент. Бізнес-адміністрування" Університету Дуйсбург-Ессен. Стаття містить логічно структуровані висновки за темою дослідження. Наведено перелік перспектив подальших досліджень з означеного питання.

Ключові слова: *дуальна форма; бакалаврська програма; освітньо-професійна програма; університет; зміст навчання; Німеччина.*
Табл. 1. Літ. 11.

Nadiia Opushko, *Ph.D. (Pedagogy), Associate Professor, Doctoral Student of the Pedagogy,*
Vocational Education and Management of Educational Institutions Department,
Vinnytsia Mykhaylo Kotsyubynskiy State Pedagogical University

CONTENT AND STRUCTURE OF BACHELOR'S PROGRAMMES IN DUAL MODE OF STUDY AT GERMAN UNIVERSITIES

Modern education should prepare young people to work in the knowledge economy, and specialists in different fields should find common ground in the process of professional interaction. Today, there are heated discussions in Ukraine and around the world about the effective organization of education and training at various levels. No country is completely satisfied with the state of education, which is because the global economy is constantly in a dynamic state, and not everyone is ready for it. Therefore, studying and borrowing foreign experience in the field of educational innovations will lead to continuous improvement of national educational systems and training of highly qualified specialists who will be competitive both in the domestic and global labour markets. More and more young people in European countries, including Germany, are choosing a special practice-oriented form of education in cooperation with a company – dual education. No other form of education has developed so rapidly in recent years and has undergone such a transformation in public perception. Educational policy and industry agree that the potential of dual learning is far from being exhausted, so studying the practice of its implementation is a very relevant and timely topic of research.

The article analyses the content and structure of bachelor's programs in the dual mode of study at German universities (Cooperative State University of Baden-Württemberg and University of Duisburg-Essen). An analysis of domestic and foreign scientific research on the modernization of higher education is carried out. By analyzing the educational documents of these higher education institutions, the author identifies the models of dual education in German universities, describes the structure and content of the bachelor's degree program, and studies the content of subject modules of the disciplines in the specialty "Management. Business and Administration" at the University of Duisburg-Essen. The article contains logically structured conclusions on the research topic and forecasts the prospects for further research on this issue.

Keywords: *dual form; bachelor's program; educational and professional program; university; content of study.*

Постановка проблеми. Євроінтеграційний поступ України приводить до змін в усіх галузях державного сектору, в тому числі й в освіті. З 2018 р. вітчизняна система освіти все більше орієнтується на практико-орієнтовану підготовку молодих фахівців у професійних (професійно-технічних), фахових передвищих та вищих закладах освіти. Зокрема, мова йде про впровадження елементів дуальної форми навчання, що передбачає паралельне опанування теорії в закладі